Перегляд Гіпотез при Моделюванні Нелінійних Задач Динаміки Резервуарів з Рідиною

Олег Лимарченко
кафедра механіки суцільних середовищ
Київського національного університету імені Тараса Шевченка,
Київ, Україна
olelim2010@yahoo.com

Revision of Hypotheses on Modeling of Nonlinear of Reservoirs Dynamics Problems with Liquid

Oleg Limarchenko
department of continuum mechanics
The Taras Shevchenko Kiev National University
Kiev, Ukraine
olelim2010@yahoo.com

***Анотація*—Нові експериментальні дослідження поведінки рідини в резервуарах при вібраційному збудженні в околі резонансу призвели до прояву явищ, які не відображаються широко вживаними моделями нелінійної динаміки резервуарів з рідиною. Аналіз гіпотез, які використовуються при побудові таких моделей, дозволив визначити помилкові примушення і уникнути суперечливих результатів.**

***Abstract*—New experimental studies of behavior of liquid in reservoirs under vibrational excitations in a vicinity of resonance result in manifestation of phenomena, which are not reflected by the widely used models of nonlinear dynamics of reservoirs with liquid. The analysis of hypotheses, used on construction of such models, allows determination of false assumptions and avoid conflicting results.**

Ключові слова—математична модель, експериментальні результтати, аналіз гіпотез

Keywords—mathematical model, experimental results, analysis of hypothesess

I. Вступ

Конструкції з рідиною з вільною поверхнею є широким класом об'єктів машинобудування і транспор-ту. Складні проблеми в динамічній поведінці таких систем виникають у випадках, коли відносна маса рідини є достатньо великою і визначальним є поведінка рідини. Існують різні типи задач динаміки конструкцій з рідиною: перехідні процеси, резонансні процеси і задачі керування рухом. В усіх цих задачах (крім короткотривалих пере-хідних процесів) вирішальним є врахування резонансних властивостей системи.

В останнє десятиріччя з'явилися експерименти, виконані в Норвегії, Індії і Великобританії, які дозволили уточнити характеристики поведінки конструкцій з рідиною в білярезонансному діапазоні частот. В підсумку це дозволило переглянути гіпотези, які використовувалися при моделюванні таких систем. Відмова від необґрунтованих гіпотез дозволила одержати результати, які добре узгоджуються з даними експериментів.

Дослідження останніх років показали, що лінійні моделі динаміки відповідають лише на найпростіші питання динамічної поведінки таких систем. Найбільш повно властивості конструкцій з рідиною описують нелінійні моделі. Нажаль при створенні нелінійних моделей ряд використаних гіпотез, які перейшли з лінійних задач до нелінійних виявилися суперечливими. Нові експериментальні і обчислювальні роботи вільні від таких гіпотез привели до необхідності переглянути вихідні гіпотези.

II. Необґрунтовані гіпотези і їхні наслідки

В більшості нелінійних моделей динаміки резервуарів з рідиною з вільною поверхнею використовуються такі сумнівні гіпотези.

- За резонансну частоту приймається частота парціальних коливань системи по першій формі коливань

вільної поверхні рідини. Така гіпотеза ігнорує сумісність руху компонент системи (тіло – рідина) і призводить,, як правило, до частот, які на 30–100% нижче реальних власних частот коливань. Особливо ця різниця зростає при розгляді похилих рухів резер-вуара. При цьому важливо, що при сумісних коливаннях зміна відбувається лиже для частот форм, які призводять до зміни положення центру мас системи, які стають залежними від співвідношення мас рідини і конструкції. Тому відбувається зміна черговості розташування частот, що змінює характе-ристики внутрішнього енергообміну.

- В багаточастотній нелінійній системі взаємозалежних коливань необґрунтовано викоритовується гіпотеза про можливість нехтування коливаннями на власних частотах форм, відмінних від частоти зовні-шнього збудження. Така гіпотеза в літературі прий-малася лише до задач з одним ступенем вільності і не виконується для нелінійних багаточастотних систем. Як наслідок використання такої некоректної гіпотези в системі розглядаються лише коливання на основній частоті, а також на подвоєній, потроєній і т.д. час-тотах, що наперед гарантує періодичність процесу через кратність частот. Якщо ж додати коливання на власних частотах інших форм, то кратність частот зникає, що в підсумку призводить до суттєвого прояву модуляції коливань і апериодічності.
- Приймається гіпотеза про можливість реалізації заданого руху резервуара. Тобто, фактично знову ігно-рується фактор сумісності руху конструкції і рідини.

Якщо впровадити коректну систему гіпотез, то на відміну від результатів теоретичних робіт [1–4] вдається одержати добре якісне узгодження з результатами експериментів і, зокрема, спостерігаються такі суттєві результати:.

- Відсутність виходу системи при гармонічному зовні-шньому збудженні на режим усталених коливань.
- Суттєвий прояв дрейфу середнього значення коливань і вищих гармонік в дорезонансній зоні і доміну-ючий прояв модуляції коливань в білярезонансній і зарезонансній зонах частот.
- Суттєва зміна частот і ряду динамічних характеристик в залежності від співвідношення мас конструкції і рідини, прояв внутрішніх резонансів, обумовлених зміною розташування частот при їх розміщенні за зростанням.

Більш строге обґрунтування гіпотез вихідної моделі дозволило підвищити надійність і достовірність математичного моделювання нелінійних динамічних процесів в конструкціях, що несуть рідину з вільною поверхнею, при вібраційних, ударних и керівних діях.

III. Основні експериментальні результати

Наведемоосновні експериментальні результатидослідження коли-вань вільної поверхні рідини при гармонічному збудженні поперечних коливань резервуара.На рис. 1 наведено дослідження роботи [5], де розглядалася поведінка системи на частоті незначно меншій за резонансну. Результат одержано на основі МСЕ. Звернемо увагу на те, що в системі спостерігається суттєва модуляція і вихід на усталену амплітуду не відбувається.

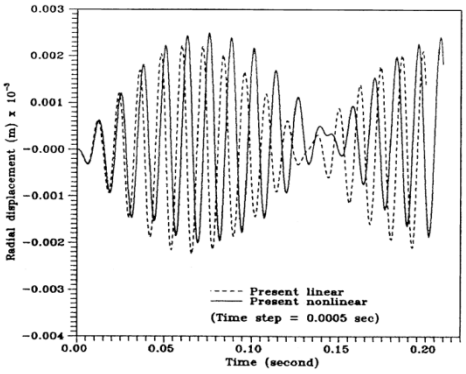

Рис. 1. Амплітуди коливань рідини на стінці бака на основі лінійної і нелінійної моделей

В роботі [6] одержано подібний результат на основі МСЕ для резонансної частоти, проте зазначено, що в рамках лінійної моделі зростання амплітуд необмежене (рис. 2).

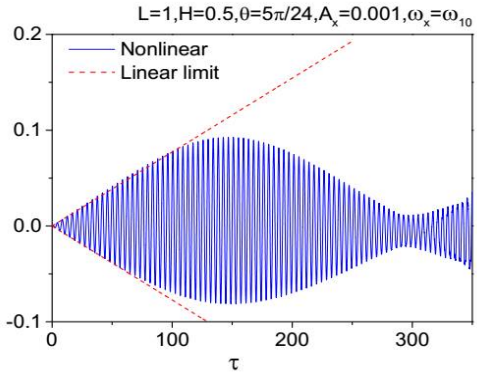

Рис. 2. Амплітуди коливань рідини на стінці бака на основі лінійної (тренд) і нелінійної моделей

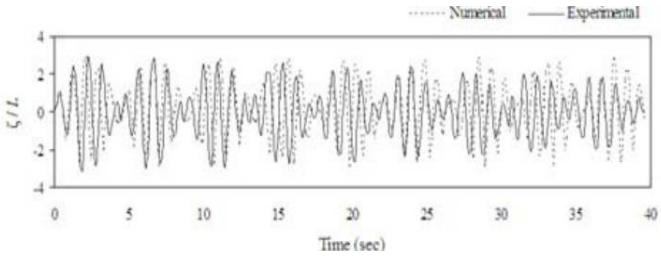

Рис. 3. Амплітуди коливань рідини на стінці бака на основі експерименту і нелінійної моделей

Порівняння теоретичних і обчислювальних результатів для резонансного збудження коливань виконане в роботі [7] (рис. 3). Помітно, що прояв модуляції є домінуючим, з

часом амплітуда хвиль зменшується, вихід на усталений режим коливань не спостерігається.

В роботі [8] проведено експериментальне моделювання поведінки рідини в резервуарі при горизонтальному поперечному збудженні коливань на парціальній частоті, що відповідає основному тону коливань. Виходяи з того, що реальна власна частота більша за парціальну, фактично розглядається дорезонансний режим. Наведені на рис. 4 результати відрізняються від попередніх даних експериментів і розрахунків. Висновок авторів про вихід системи на усталений режим є безумовно помилковим, проте, якщо прийняти, що фактично розглядається дорезонансний режим, то помітний прояв внеску вищих гармонік, дрейф середнього значення амплітуд коливань і слабкий прояв модуляції. В буль якому разі вихід на усталений решим, на який наполягабють автори, не спостерігається.

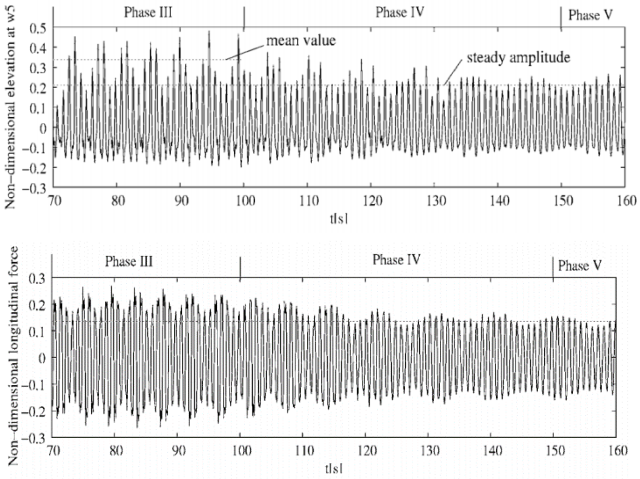

Рис. 4. Амплітуди коливань рідини на стінці бака визначені на основі експерименту

IV. Моделювання на основі коректної системи гіпотез

Для випадку резервуару в формі кругового конуса при збудженні його руху на основі моделі нелінійної моделі сумісного руху з відмовою від необґрунтованих гіпотез було одержано такі результати. На рис. 5–7 показано поведінку системи при силовому збуджені руху системи на частотах 0,5; 1.02 і 1,25 від власної частоти коливань системи за першою формою (визначеної не як парціальна частота, а як частота сумісних коливань).

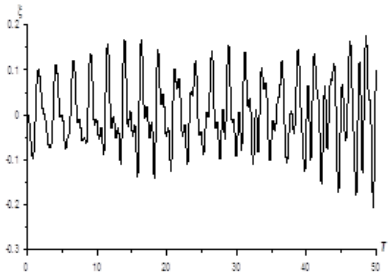

Рис. 5. Коливання вільної поверхні рідини на стінці резервуара в дорезонасному діапазоні збудження

На дорезонансній частоті (рис. 5) вагомо проявля-ється вплив вищих гармонік, дрейф середнього і слабкий вплив модуляції. При коливаннях в околі резонансу внесок вищих гармонік послаблена, суттєвим є прояв модуляції, дрейф середнього значення відсутній. При коливаннях на зарезонансній частоті частота модуляції зростає, проте основні властивості поведінки системи подібні до випадку коливань на білярезонансній частоті. В усіх випадках виходу системи на режим усталених коливань не відбувається. Тому інтерпретація коливань через амплітудно-частотну характеристику виглядає помилковою

Наведені результати було одержано на основі моделі роботи [9], де описано аналітичний метод визначення динамічної поведінки резервуара з рідиною в рамках нелінійного моделювання з врахуванням сумісності руху конструкції і рідини з вільною поверхнею. Зауважимо, що в цьому методі при побудові моделі не використовуються зазначені вище гіпотези, що в підсумку дозволило одержати результати, які якісно узгоджуються з основними експериментальними і розрахунковими даними.

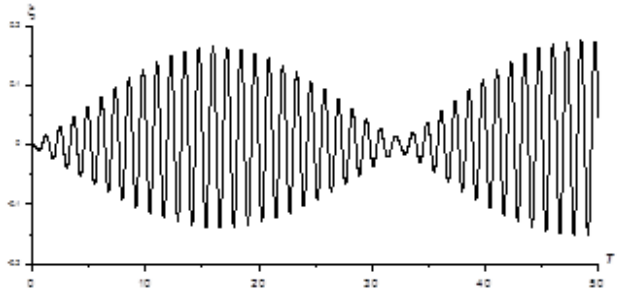

Рис. 6. Коливання вільної поверхні рідини на стінці резервуара в білярезонасному діапазоні збудження

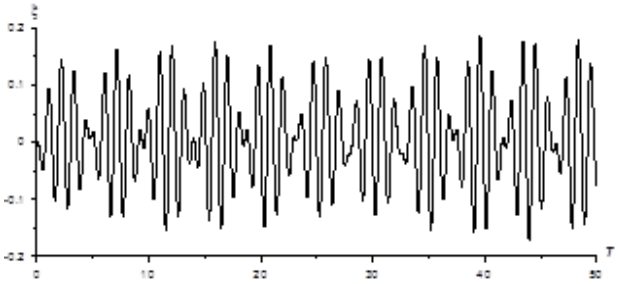

Рис. 7. Коливання вільної поверхні рідини на стінці резервуара в зарезонасному діапазоні збудження

Модель основана на варіаційному формулюванні задачі у вигляді принципу Гамільтона-Остроградського. При цьому, як відомо цей підхід вимагає попереднього виключення всіх кінематичних граничних умов задачі. Виключення цих умов складається з двох етапів. Лінійні граничні умови виключаються на основі вибору координатних функцій у вигляді форм коливань вільної поверхні рідини. Виключення нелінійної кінематичної граничної умови виконується на основі методу Гальоркіна. Перевагою цього прийому була можливість виконати таке

виключення з врахуванням довільної кількості форм коливань рідини. Окремою вимогою для резервуарів нециліндричної форми є вимога збереження об'єму рідини, яка прямо пов'язана з умовою розв'язності задачі Неймана для рівняння Лапласа, яким описується вихідна задача. Вимога виконання збереження об'єму рідини поділяється на два рівні. По-перше, треба щоб форми коливань з високою точністю задовільняли умові неперетікання через стінки резервуара, по-друге, при збудженні форм коливань через нахил стінок відбувається на нелінійному рівні зміна об'єму рідини, яку треба коригувати за рахунок опускання чи підйому рівня відліку цієї форми відносно рівня незбуреної вільної поверхні.

Розклади шуканих змінних збурення вільної поверхні рідини ξ і потенціалу швидкостей φ подаємо у вигляді:

$$\xi = \bar{\xi}(t) + \sum_i a_i \bar{\psi}_i(\alpha) T_i(\theta) \quad \varphi_0 = \sum_i b_i \psi_i(\alpha,\beta) T_i(\theta)$$ де

$$\bar{\psi}_i(\alpha) = \frac{\partial \psi_i}{\partial z}\Big|_{\beta=0} = \left(\frac{1}{H}\frac{\partial \psi_i}{\partial \beta} - \frac{\alpha f'}{f}\frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha}\right)\Big|_{\beta=0},$$ а $\psi_i(\alpha,\beta)$ отримуються з розв'язку лінійної задачі на власні значення. Кут θ відділено як співмножник $T_i(\theta)$ для осесиметричної вихідної області. $\psi_i(\alpha,\beta)$ є гармонічними і згідно вимог умов розв'язності уточнено задовольняють вимогу неперетікання на змоченій границі $\Sigma = \Sigma_0 + \Delta\Sigma$.(бічній границі з границею, куди можуть досягати гребні хвиль). За незалежні змінні обираються параметри ξ та $\vec{\varepsilon}$, а змінна φ вважається залежною. Сукупність амплітудних параметрів a_i розкладу збуреної вільної поверхні рідини в ряд за формами вільних коливань вважається незалежною, а параметри b_i розкладу в ряд потенціалу швидкостей, вважаються залежними від a_i, тобто $b_i = b_i(\dot{a}_i, a_k)$.Згідно принципів аналітичної механіки задача вимагає виключення кінематичної крайової умови на вільній поверхні, що зумовлено наявністю вільної поверхні рідини. Виключення кінематичної граничної умови і вимоги збереження об'єму рідини на вільній поверхні дає

$$b_p^{(1)} = \dot{a}_p; b_p^{(2)} = \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \gamma_{ijp}^o;$$

$$b_p^{(3)} = \sum_{i,j,k} \dot{a}_i a_j a_k \delta_{ijkp}^o; b_p^{(4)} = \sum_{i,j,k,l} \dot{a}_i a_j a_k a_l h_{ijklp}^o.$$

$$\bar{\xi}_1 = 0;$$

$$\bar{\xi}_2 = -\frac{e_2}{e_1}\sum_{i,j} a_i a_j \beta_{ij}^v; \qquad \bar{\xi}_3 = \frac{e_3}{e_1}\sum_{ijk} a_i a_j a_k \gamma_{ijk}^v;$$

$$\bar{\xi}_4 = -\frac{e_4}{e_1}\sum_{ijkl} a_i a_j a_k a_l \delta_{ijkl}^v.$$

Таким чином, параметри $\bar{\xi}$ і b_i як залежні змінні виключаються з розгляду. Це дозволяє перейти до застосування варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського для вільної системи, рух якої визначається незалежними параметрами a_i і $\vec{\varepsilon}$. На основі рівнянь Лагранжа II роду одержимо таку математичну модель сумісного руху системи "резервуар-рідина" в амплітудних параметрах a_i та параметрах руху тіла, яке несе $\vec{\varepsilon}$

$$\sum_{n=1}^{N} p_{rn}(a_k,t)\ddot{a}_n + \sum_{n=N+1}^{N+3} p_{rn}(a_k,t)\ddot{\varepsilon}_{n-N} = q_r(a_k,\dot{a}_l,t), r = \overline{1, N+3}$$

Вирази для p_{rn} та q_r, де p_{rn} – квадратна матриця, а q_r – вектор розмірності $N+3$, представляються через алгебраїчні форми від нульового до третього порядків від амплітудних параметрів a_i та узагальнених швидкостей $\dot{a}_j$.Саме ця модель у формі звичайних диференціальних рівнянь відносно амплітудних параметрів використовувалася для чисельного моделювання біляреонансеих процесів, приведених на рис. 5–7, які добре узгоджуються з даними експериментів.

Висновок

Перегляд базових гіпотез, які взяті за основу побудови нелінійних моделей динамки конструкцій з рідиною дозволив уникнути суперечностей з новими експериментальними результатами і досягти доброго якісного узгодження експериментальних результатів з результатами чисельного моделювання.

Література References

[1] Луковский И.А.Введение в нелинейную динамику твердого тела с полостями, содержащими жидкость. Киев: Наукова думка, 1990. 295 с.

[2] La Rocca M., Sciortino G., Adduce C., Boniforti M. A.,Experimental and theoretical investigation on the sloshing of a two-liquid system with free surface // Physics of Fluids, 2005,. **17**, 062101. – P. 1-17.

[3] Faltinsen O. M., Rognebakke O. F., TimokhaA.N., Transient and steady-state amplitudes of resonant three-dimensionalsloshing in a square base tank with a finite fluid depth // Physics of Fluids, 2006, *18*, 112103 – P. 1–14

[4] Kubenko V.D., Koval'chuk P.S,Modeling the nonlinear interaction of standing and traveling bending waves in fluid-filled cylindrical shells subject to internal resonances // Int. Appl. Mech., 2014,**50**, N 4. – P. 353–364.

[5] Pal N.C., Bhattacharyya S.K.· Sinha P.K., Non-linear coupled slosh dynamics ofliquid-filled laminated composite containers: A two dimensional finite element approach // Journak of Sound and Vibration, April 2003. – P. 1–12

[6] ZhangCh., LiY., MengQ., Fully nonlinear analysis of second order sloshing resonance in a three-dimensional tank // Computers&Fluids 2015, **116**,– P. 88–104

[7] Pal P.Sloshing of liquid in partially filled container – an experimental study // International Journal of Recent Trends in Engineering. 2009. **1**, № 6. — P. 1–5.

[8] Faltinsen O.M., Rognebakke O.M., Timokha A.N.Transient and steady-state amplitudes of resonant three-dimensional sloshing in a square base tank with a finite fluid depth // Physics of fluids, 2006, **1**, № 18. – P. 1–14.

[9] Лимарченко О.С., Ясинский В.В.Нелинейная динамика конструкций с жидкостью. Киев: НТТУ КПИ, 1997, 338 с

.