

# Моделювання Плану Ремонту Доріг в Межах Територіальної Громади на Основі Модифікації Алгоритму Пріма

В. Литвин

кафедра інформаційних систем та мереж  
Національний університет «Львівська політехніка»  
Львів, Україна  
Vasyl.V.Lytvyn@lpnu.ua

Д. Угрин

кафедра інформаційних систем  
Чернівецький факультет Національного технічного  
університету «Харківський політехнічний інститут»  
Чернівці, Україна  
ugrind@mail.ru

З. Рибчак

кафедра інформаційних систем та мереж  
Національний університет «Львівська політехніка»  
Львів, Україна  
zoriana.l.rybchak@lpnu.ua

## Modelling of a Road Repair Plan Within the Territorial Community Based on Prima's Modifications Algorithm

V. Lytvyn

Department of Information Systems and Networks  
National Lviv Polytechnic University  
Lviv, Ukraine  
Vasyl.V.Lytvyn@lpnu.ua

D. Ugryn

Department of Information Systems  
National Technical University “Kharkiv Polytechnic  
Institute”  
Chernivtsi, Ukraine  
ugrind@mail.ru

Z. Rybchak

Department of Information Systems and Networks  
National Lviv Polytechnic University  
Lviv, Ukraine  
zoriana.l.rybchak@lpnu.ua

**Анотація**—У роботі розглянуто моделювання планування заходів щодо ремонту доріг в межах територіальної громади в залежності від наявних коштів та стану доріг. Для моделювання запропоновано використати метод пошуку мінімального остовного дерева на основі модифікації алгоритму Пріма.

**Abstract**—The paper describes modeling of planning measures to repair roads within a territorial community depending on available funds and roads condition. The minimum spanning tree search method based on modified Prima algorithm is proposed.

**Ключові слова**—граф; остовне дерево; алгоритм Пріма; територіальна громада; населений пункт

**Keywords**— *graph; spanning tree; Prima algorithm; local community; town*

### I. ВСТУП

Метою законопроекту «Про добровільне об'єднання територіальних громад» є створення потужних територіальних громад. Таке об'єднання дає змогу заощадити бюджетні кошти шляхом скорочення держапарату на місцях [1]. В Україні створено вже ряд територіальних громад. В межах територіальної громади є адміністративні будівлі для розміщення органів управління місцевого самоврядування, органу правопорядку, пожежної частини, пункту швидкої допомоги, центру надання адміністративних послуг, державного

казначейства тощо. Такі будівлі як правило розміщуються в центрі територіальної громади. Складовою територіальних громад (ТГ) є населений пункт (НП), тобто  $ТГ = \{НП_1, НП_2, \dots, НП_N\}$ . Виникає проблема дорожнього зв'язку між центром ТГ та її НП. Очевидно, що окремі НП зв'язані між собою дорогами (у цій роботі будемо лише говорити про автомобільні дороги), однак на даний час стан 95% доріг України є незадовільним [2]. У 2016 році було відремонтовано лише 1% автомобільних доріг, у 2017 році планується аналогічний відсоток [3]. Тому виникає задача ефективного розподілу коштів для ремонту доріг на кількарічний період.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Дорогу між двома різними НП будемо розглядати як окрему дорогу. Якщо є розвилки доріг поза межами НП, то в місці такої розвилки вводитимемо фіктивні НП (ФНП). Дороги мають різне підпорядкування, та стан. Підпорядкованість визначає за який бюджет ця дорога буде ремонтуватись. Як правило, існує 3 бюджети:  $B_1$  – загальнодержавний бюджет,  $B_2$  – обласний бюджет,  $B_3$  – бюджет ТГ. Нехай за бюджетом  $B_j$  було виділено  $W_j$  коштів. Стан дороги визначає необхідний кошторис на ремонт відповідної дороги. Як правило, є таких 5 станів: 1)

видимі незначні дефекти і, необхідність ремонту до 5 %; 2) шелушіння, окремі нерівності покриття, частково присутні тріщини та невеликі вибоїни, необхідність ремонту до 25 %; 3) викривування, раковини, зсуви, просідання, незначно виражена колійність, руйнування кромки дорожнього покриття, граней бетонного покриття, бордюрів, необхідність ремонту до 50 %; 4) вибоїни, проломи, великі ями, значна колійність, місцями пересування значно ускладнено, необхідність ремонту до 75 %; 5) базовий тип покриття практично відсутній, явно виражена колійність, пересування значно ускладнено, необхідність ремонту до 100 %. Вартість ремонту доріг також залежить від типу покриття. Розрізняють 6 різних типів покриття: цементно-бетонне, залізобетонне, бруківка, асфальтобетонне, гравійне, ґрунтове.

При розрахунку вартості ремонту доріг визначалась ціна ремонту 100 метрів дороги. Врахування стану дороги забезпечується множенням на певний коефіцієнт. Розроблений нами калькулятор знаходиться за адресою: <http://www.roadcost.96.lt/>. Приклад обчислення вартості доріг для Ходорівської ТГ наведено на рис. 1. Розроблений модуль дає змогу фільтрувати вартість ремонту доріг в межах ТГ за такими параметрами: тип дороги, тип покриття, стан.

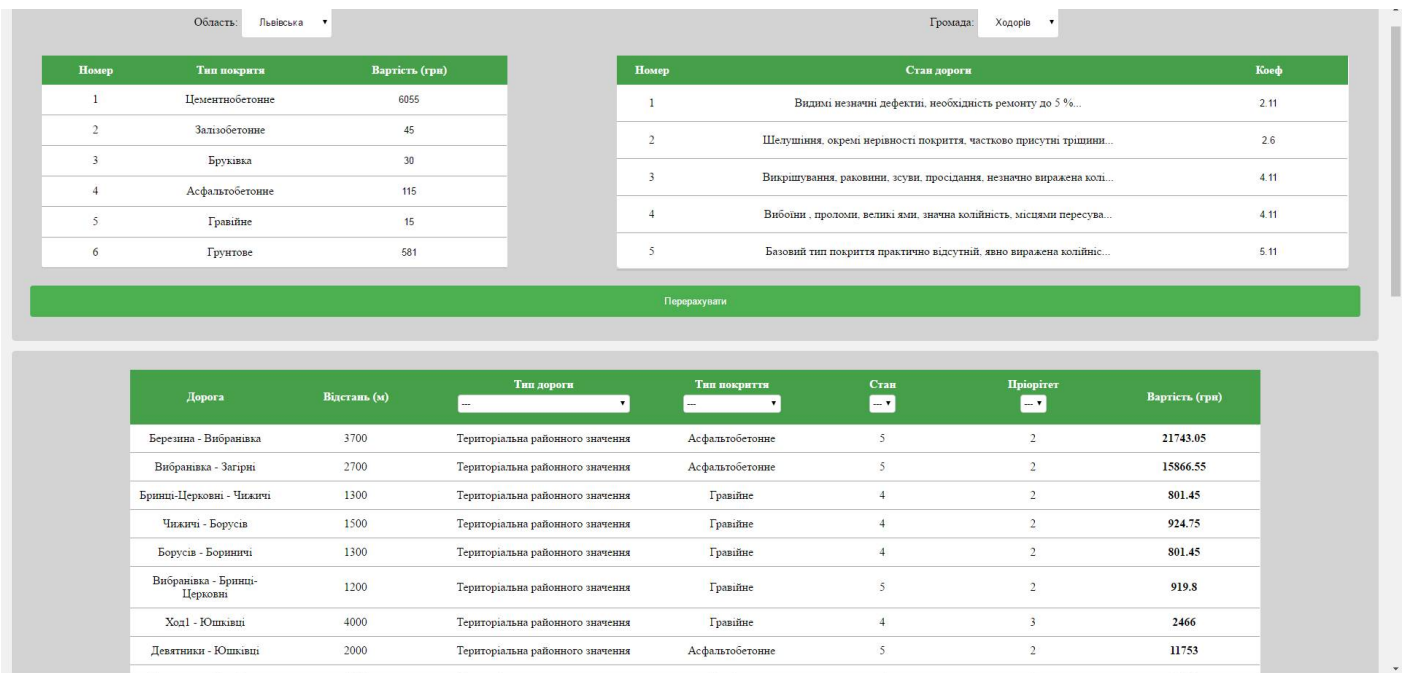


Рис. 1. Модуль обчислення вартості ремонту доріг в межах територіальної громади

Отримуємо зважений граф  $G = (НП, E)$ , вершинами якого є НП та ФНП (надалі всі позначатимемо НП), а ребра  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  задають кошторис  $w(e_i)$ , необхідний на ремонт дороги між відповідними НП [4-5]. Тобто, маємо  $N$  НП, які необхідно об'єднати дорогами. Очевидно, що для цього достатньо відремонтувати  $N - 1$  доріг між НП. Виникає задача: як об'єднати НП між собою

в межах ТГ, щоб сумарна вартість ремонту доріг була мінімальна й вартість ремонту доріг не перевищувала відповідний бюджет. Тобто всі ребра поділимо на 3 підмножини в залежності від виду бюджету  $E = E_1 \cup E_2 \cup E_3$ ,  $E_j = \{e_1^j, e_2^j, \dots, e_n^j\}$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Тобто задача полягає в знаходженні такого зв'язаного ациклічного підграфу  $T \subset G$ , який містить всі вершини, щоб сумарна вага всіх його ребер була мінімальною при умові, що сумарна вага ребер, які належать до одного бюджету не буде перевищувати розмір цього бюджету.

Оскільки  $T$  зв'язаний й не містить циклів, він є деревом й називається остовним деревом (spanning tree) [6-8]. Остовне дерево  $T$ , в якого сумарна вага його ребер  $w(T) = \sum_{e_i \in T} w(e_i)$  мінімальна, називається мінімальним остовним деревом (minimum spanning tree). Частину дерева  $T$ , що містить ребра з підмножини  $E_j$  позначатимемо  $T_j$ ,  $T = T_1 \cup T_2 \cup T_3$ . Тим самим отримаємо таку математичну модель задачі: знайти  $T \subset G$ , щоб

$$w(T) = \sum_{e_i \in T} w(e_i) \rightarrow \min, (1)$$

$$w(T_j) = \sum_{e_s^j \in T_j} w(e_s^j) \leq W_j, j = 1, 2, 3. (2)$$

### III. МОДИФІКАЦІЯ АЛГОРИТМУ ПРІМА

Як відомо, для знаходження мінімального остовного дерева використовується алгоритм Пріма або Крускала [5-6]. Для розв'язування задачі (1)-(2) нами модифіковано алгоритм Пріма. Модифікація полягає в ітераційному використанні алгоритму Пріма, поки не виконається умова (2). Якщо умова (2) не виконується, то із початкового графа  $G$  вилучаємо ребро із максимальною вагою серед підмножини ребер для яких не виконується (2) із максимальною різницею між необхідним коштом на ремонт доріг й наявним бюджетом. Ребро вилучаємо із умовою, що граф  $G$  залишається зв'язним, тобто не має ізольованих вершин. Якщо такого ребра немає, то задача (1)-(2) немає розв'язку.

Отримаємо такий алгоритм визначення доріг, які необхідно відремонтувати в межах ТГ:

1) Утворити граф  $G$ , вершинами якого є НП ТГ, а ребра задають вартість ремонту доріг між НП ТГ. Відомі кошти, які закладені у бюджетах на ремонт доріг  $W_1, W_2, W_3$ .

2) Запустити алгоритм Пріма для графу  $G$ :

2.1. Утворимо дерево  $T_1$  з одним ребром:

- виберемо його вершиною НП<sub>0</sub> центр ТГ;
- виберемо ребро  $e_1$  з найменшою вагою серед тих, що мають вершину НП<sub>0</sub>;
- покладемо  $k = 1$ .

2.2. Якщо існують вершини початкового графа  $G$  зовні останнього побудованого дерева  $T_k$  з ребрами  $e_1, e_2, \dots, e_k$ , то робимо таке:

- вибираємо ребро  $e_{k+1}$  з найменшою вагою серед тих, у яких одна вершина належить до  $T_k$ , а інша вершина не належить;

- утворюємо дерево  $T_{k+1}$  долученням до  $T_k$  вибраного ребра  $e_{k+1}$  і його вершин;

- збільшуємо величину  $k$  на 1;

2.3. Якщо всі вершини початкового графа  $G$  належать до дерева  $T_k$ , то припиняємо побудову мінімального остовного дерева, інакше переходимо на пункт 2.2

3) Для дерева  $T_k$  знаходимо вартості ремонту доріг за 3-ма підмножинами:  $w(T_j) = \sum_{e_s^j \in T_j} w(e_s^j)$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

4) Обчислюємо значення  $\Delta_j = W_j - w(T_j)$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

5. Якщо всі  $\Delta_j \geq 0$ , то дерево (план ремонту доріг) знайдено, інакше серед множини  $E_l$ , де  $l = \arg \max_{\Delta_j < 0} |\Delta_j|$ ,

вилучаємо ребро з максимальною вагою серед підмножини ребер  $E_l$ , після вилучення яких граф  $G$  залишається зв'язним й переходимо до п.2. Якщо ребер, після вилучення яких граф  $G$  залишається зв'язним, немає, то плану ремонту доріг для таких початкових значень не існує. Необхідно збільшувати бюджети для яких  $\Delta_j < 0$ .

Тобто в алгоритм Пріма додано ще один ітераційний процес, мета якого зменшувати розмірність початкового графу за рахунок відкидання ребер про які можна припустити, що вони не будуть відображені у кінцевому дереві. Суттєво перевіряти, щоб у графа при такому відкиданні нез'являлись ізольовані вершини, бо інакше в НП, який задає така вершина, добратись буде неможливо.

Складність запропонованого алгоритму в  $n$  разів більша за алгоритм Пріма, оскільки додається ще один цикл, тобто становитиме  $O(n^2 \cdot \ln n)$ .

### IV. ПРИКЛАД МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАНУ РЕМОНТУ ДОРІГ В МЕЖАХ ДАВИДІВСЬКОЇ ТЕРИТОРІАЛЬНОЇ ГРОМАДИ

Розглянемо приклад ТГ й роботу запропонованого алгоритму. 17 серпня 2016 року у Львівській обласній державній адміністрації підписали розпорядження про створення *Давидівської територіальної громади*. Добровільно у цю громаду увійшли такі НП: Пасіки-Зубрицькі, Горішній, Кротошин, Чишки, Бережани, Соснівка, Волиця, Виннички, Гончари, Дмитровичі, Давидів, Черепин. Граф доріг цієї ТГ наведено на рис. 2. Чорними точками позначено НП, білими – ФНП (перехрестя доріг поза НП).

Дороги належать до 3 підмножин:  $E_1$  – загальнодержавного підпорядкування (червоний колір, ремонт здійснено ще у 2011 році перед ЧС з футболу),  $E_2$  – обласного підпорядкування (синій колір)  $E_3$  – районного підпорядкування (чорний колір).

На графі задана вартість доріг (дані є експериментальними). Взявши, що  $W_1 = 30$ ,  $W_2 = 30$ ,

$W_3 = 22$ , отримаємо запропонований план ремонту доріг, який наведений на рис. 3. Зауважимо, що якщо б не враховувалась те, що підмножини ребер різні, то за алгоритмом Пріма у Виннички пропонувалось б доїзжати із Гончари. Однак через обмеження на бюджет, рекомендується ремонтувати дорогу із множини  $E_2$  і у Виннички їздити із перехрестя дороги, що йде на Дмитровичі. Загалом за множинами виходить така вартість ремонту доріг:  $w(T_1) = 0$ ,  $w(T_2) = 28 < 30$ ,  $w(T_3) = 21 < 22$ .

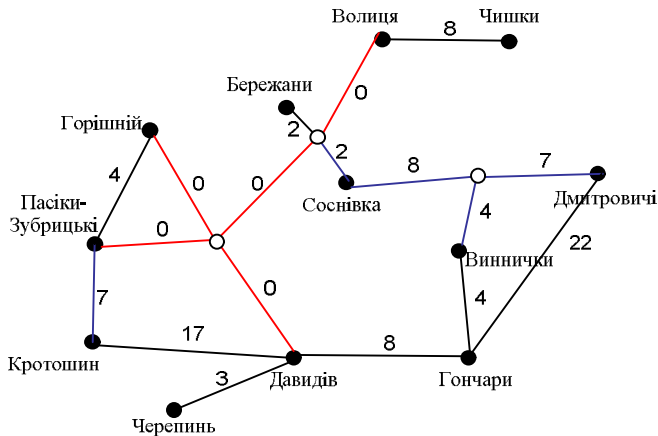


Рис. 2. Граф доріг Давидівської територіальної громади

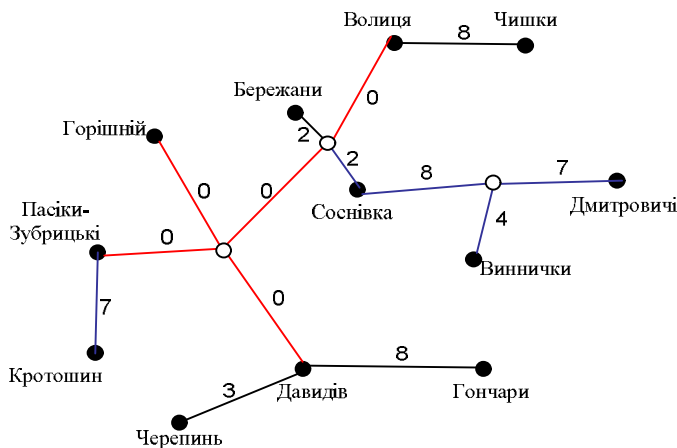


Рис. 3. Пропонований план ремонту доріг Давидівської територіальної громади.

### V. ВИСНОВКИ

Запропоновано використати модифікацію алгоритму Пріма пошук мінімального остовного дерева для задачі моделювання планування ремонту доріг в межах

територіальної громади. Задача стає актуальною на даний час, оскільки процес формування таких громад є важливим завданням сьогодення. В межах територіальної громади знаходяться важливі адміністративні будівлі, лікарня тощо. Тому доїзд до цих закладів в межах громади є суттєвою проблемою, зважаючи на стан доріг. Щоб ефективно використати наявні кошти на ремонт доріг з врахуванням їх стану та важливості, запропоновано розв'язувати класичну задачу пошуку мінімального остовного дерева з врахуванням специфіки підпорядкування доріг.

Наведено приклад використання запропонованого підходу в межах Давидівської територіальної громади.

У подальших дослідженнях планується враховувати ще один показник, який суттєво впливає на визначення доріг, які підлягають якнайшвидшому ремонту, а саме – пріоритет дороги (1 – дорога має стратегічно важливе значення, з трафіком понад 500 автотранспортних засобів за добу; 2 – дорога має важливе значення, з трафіком руху від 100 до 500 автотранспортних засобів за добу; 3 – дорога має другорядне значення, з трафіком руху менше 100 автотранспортних засобів за добу). Тим самим дослідження полягатимуть в побудові інтегральної функції оцінки ребра початкового зваженого графу  $G$ , який зв'яже певні два населені пункти, де буде враховуватися не лише вартість ремонту дороги, але й її пріоритет.

### ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] Закон України Про добровільне об'єднання територіальних громад [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/157-19>
- [2] Стан українських доріг [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://censor.net.ua/news/430063/95\\_ukrainskih\\_dorog\\_ostayutsya\\_v\\_n\\_eprigodnom\\_sostoyanii\\_omelyan](http://censor.net.ua/news/430063/95_ukrainskih_dorog_ostayutsya_v_n_eprigodnom_sostoyanii_omelyan)
- [3] Ремонт доріг [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://censor.net.ua/news/430172/ukravtodoru\\_nado\\_organizatsionno\\_pr\\_avitno\\_rabotat\\_95\\_dorog\\_nahodyatsya\\_v\\_ujasnom\\_sostoyanii\\_groyism\\_an](http://censor.net.ua/news/430172/ukravtodoru_nado_organizatsionno_pr_avitno_rabotat_95_dorog_nahodyatsya_v_ujasnom_sostoyanii_groyism_an)
- [4] В.В. Литвин, Д.І. Угрин, А.М. Фітьо, «Моделювання процесу формування територіальних громад як задачі розбиття графу», Східно-Європейський журнал передових технологій, №1/4(79), С.47-52, 2016
- [5] В.В. Литвин, Д.І. Угрин, А.М. Фітьо «Формалізація задачі формування територіальних громад», 11 Міжнародна науково-практична конференція „Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС” (27 червня – 1 липня 2016). – Жукин. - С. 290-292.
- [6] Макконелл Дж., «Основи сучасних алгоритмів: 2-е доповнене видання», М.: Техносфера, 2004, 368с.
- [7] В. А. Евстигнеев, «Применение теории графов в программировании», М.: Наука, 1985, 352 с.
- [8] М. Свами, К. Тхуласираман «Графы, сети и алгоритмы», М.: Наука, 1984, 256с.