Моделі та Методи Оптимізації Функціонування Розподільчих Систем Енергетичного Комплексу

Олена Кірік
Інститут прикладного системного аналізу
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Київ, Україна
okirik@ukr.net

Models and Methods for the Functioning Optimization of Distribution Systems of the Energy Complex

Olena Kirik
Institute for Applied Systems Analysis
National Technical University of Ukraine " Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
Kyiv, Ukraine
okirik@ukr.net

***Анотація*—Побудовано серію моделей задач розподілу ресурсів, що враховують замовлення споживачів, змінну продуктивність джерел постачання та наявність тимчасових сховищ продукту. Запропоновано алгоритми нелінійного програмування для визначення оптимальних потоків та розподілу ресурсів в енергетичних системах.**

***Abstract*—Series models were built for the problems of resource distribution, taking into account consumer demand, productivity variable sources and availability of temporary storage of the product. Programming algorithms for finding optimal flows in power systems were proposed.**

Ключові слова—задачі розподілу потоків, мережеві моделі, методи нелінійного програмування, алгоритми оптимізації

Keywords—flow distribution problems, network models, nonlinear programming methods, optimization algorithms

I. Вступ

Математичне моделювання та розробка методів і алгоритмів оптимізації є важливою складовою частиною системних досліджень великих комплексів, до яких належать системи розподілу енергетичних ресурсів [1-3].

Загальні принципи побудови моделей розподілу ресурсів у розподільчих системах опишемо на прикладі газотранспортних мереж. Перспективним напрямком робіт з підвищення ефективності функціонування газотранспортної системи є розробка математичних моделей і чисельних методів, що дозволяють вирішувати сукупність взаємопов'язаних оптимізаційних завдань планування та оперативного управління. Весь комплекс видобутку, розподілу та транспортування газу треба розглядати як єдину систему і розв'язувати задачу управління газотранспортними мережами з точки зору системного підходу. Надійність транзитних поставок газу і безпека газопостачання внутрішніх споживачів в значній мірі забезпечується комплексом підземних сховищ газу.

Критеріями оптимізації функціонування всієї системи або окремих регіонів управління можуть бути досягнення максимальної продуктивності при видобутку обсягу газу не менше певного заздалегідь заданого рівня, забезпечення мінімальних сумарних експлуатаційних витрат в процесі задоволення споживачів з урахуванням заповнення або спорожнення сховищ, збереження при видобутку, відборі або закачуванні газу в сховища максимальної продуктивності.

Проблемам розвитку і функціонування об'єктів газопостачання від розгляду окремих питань до їх комплексного, взаємопов'язаного дослідження присвячена значна кількість публікацій.

Для постановки та вирішення галузевих завдань паливно-енергетичного комплексу пропонувалися відповідні моделі та методи [4,5]. Однак вони не завжди враховують належною мірою мережевого характеру систем газопостачання, вимог узгодженості у розвитку основних підсистем видобутку, трубопровідного транспорту та підземного зберігання газу.

Розглянемо нелінійну модель для розподільчих систем, що враховує видобуток, прокачування, зберігання та споживання енергетичних ресурсів. Розв‘язання задач оптимального планування дозволяє погоджувати обсяги газу, що надходить з газових промислів з можливостями магістральних газопроводів і резервуарів тимчасового зберігання.

Метою даної роботи є побудова на основі дослідженої базової моделі розподілу потоків ряду моделей шляхом модифікації цільової функції та системи обмежень, а також створення ефективних алгоритмів нелінійного програмування для задач розрахунку мереж.

II. Побудова моделей

Розглядається система газопостачання, основними елементами якої є газові промисли, на яких відбувається видобуток газу; нитки газопроводів, що з'єднують газові промисли з вузлами, де розташовані споживачі; а також підземні сховища, що можуть використовуватися як резервуари тимчасового зберігання газу. Системи газопостачання повинні оптимальним чином задовольняти попит на газ при певних технологічних параметрах системи газопроводів. Ставиться така задача планування: при заданих обмеженнях на обсяги видобутку газу, обмеженнях на пропускні спроможності ниток газопроводу визначити оптимальні обсяги транспортування газу від газових промислів до споживачів або у тимчасові сховища при мінімальних витратах на транспортування.

Топологічно розподільча мережа представляє собою зв'язний граф $G=(N,V)$, де N і V - пара скінчених множин. Елементи i множини N називаються вершинами графа G. Вони відображають розподіл споживачів газу, а також джерел та стоків ресурсів. Елементи v множини V називаються дугами (ділянками), причому кожному $v\in V$ співставлена впорядкована пара вершин (i,j), $i,j\in N$, що є, відповідно, початком і кінцем дуги $v=(i,j)$.

Нехай x_{ij} - це величина потоку речовини від вершини i в вершину j вдовж дуги $(i,j)\in V$. Величина d_i означає кількість речовини, що споживається ($d_i<0$) або подається у мережу ($d_i\geq 0$) в вершині i Числа r_{ij}^{+} і r_{ij}^{-} визначають верхнє та нижнє технологічне обмеження на потік вздовж дуги (i,j) і дозволяють фіксувати певний напрям потоків.

Якщо функція $f_{ij}(x_{ij})$ відображає умовну вартість проходження потоку вздовж дуги (i,j), тоді задача знаходження найкращого розподілу потоків вздовж мережі полягає у мінімізації функції

$$F=\sum_{(i,j)\in V}\int_0^{x_{ij}} f_{ij}(t)dt \tag{1}$$

за обмежень

$$\sum_{j:(i,j)\in V} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in V} x_{ji}=d_i,\, i\in N, \tag{2}$$

$$r_{ij}^{-}\leq x_{ij}\leq r_{ij}^{+},(i,j)\in V \tag{3}$$

Важливою є умова збалансованості системи (2), тобто відповідність обсягів речовини, що подається в мережу і споживаного газу:

$$\sum_{i\in N} d_i=0. \tag{4}$$

Будемо вважати, що виділено деяку підмножину вершин $\overline{N}\subseteq N$, де розташовані джерела та стоки, в яких величина d_i не є фіксованою. Це означає, що вузлові параметри $d_i\in\overline{N}$ представляються як невідомі, тобто оптимізація відбувається не тільки за рахунок мінімізації вартості доставки газу споживачам, але і за рахунок ефективного перерозподілу навантаження джерел і стоків.

Припускаємо також, що для кожного ребра (i,j) функція $f_{ij}(x_{ij})$ є неперервною, строго монотонно зростаючою і існує таке $\bar{x}_{ij}$, що $f_{ij}(\bar{x}_{ij})=0$. Такі цілком природні припущення гарантують існування мінімуму сформульованої задачі.

Нехай $u_i, i\in N$ та u_0- двоїсті (вартісні) оцінки, відповідно, обмежень (2) та (4). Умови оптимальності [6] формулюються таким чином. Якщо в задачі розподілу потоків параметри подачі ресурсу в мережу у вузлах $i\in\overline{N}$ не фіксовані і не обмежені, то для того, аби потоки x_{ij}, $(i,j)\in V$ були оптимальними, необхідно і достатньо, щоб знайшлися такі u_i, $i\in N\setminus\overline{N}$, для яких виконуються такі умови: якщо $x_{ij}=r_{ij}^{-}$, то $f_{ij}(x_{ij})\geq u_j-u_i$; якщо $x_{ij}=r_{ij}^{+}$, то $f_{ij}(x_{ij})\leq u_j-u_i$; якщо $r_{ij}^{-}<x_{ij}<r_{ij}^{+}$, то $f_{ij}(x_{ij})=u_j-u_i$. Крім того, $u_i=u_0$ для $i\in\overline{N}$, причому величина u_0 може бути вибрана довільно. Це означає, що якщо на вузлові змінні не накладені обмеження, то джерела (стоки) рівноцінні і відповідні їм змінні двоїстої задачі збігаються.

Доведення отримується шляхом застосування теореми Куна-Таккера [6] до задачі (1)-(4), з урахуванням того, що умови, накладені на функції $f_{ij}(x_{ij})$, гарантують опуклість дугових складових функції Лагранжа

$$L=\sum_{(i,j)\in V}\left(\int_0^{x_{ij}} f_{ij}(t)dt-x_{ij}(u_j-u_i)\right)+\sum_{i\in N}(u_0-u_i)d_i \; .$$

для довільних значень двоїстих змінних.

Розв‘язувати задачу (1)-(4) зручно шляхом переходу до двоїстої задачі безумовної максимізації нелінійної безперервно диференційовної адитивно-сепарабельної функції Φ

$$max\, \Phi \, .$$

Можливість конкретизувати вид цієї неявно заданої цільової функції

$$\Phi = \sum_{(i,j)\in V} \min_{r_{ij}^- \le x \le r_{ij}^+} \left[\int_0^x f_{ij}(t)dt - x(u_j - u_i) \right] + \sum_{i\in N\setminus \overline{N}} (u_0 - u_i) d_i$$

та визначити її похідні за формулами [6]

$$\frac{d\Phi}{du_i} = \sum_{j:(i,j)\in V} x_{ij}(u_j - u_i) - \sum_{j:(j,i)\in V} x_{ji}(u_i - u_j) - d_i$$

дає простір для використання різних методів нелінійного програмування.

Запропонований підхід дозволяє не тільки перейти від задачі з великою кількістю обмежень до задачі без обмежень, але і підвищити ефективність процесу знаходження розв‘язку, врахувавши збіг двоїстих змінних у відповідних точках і виключивши при реалізації алгоритмів непотрібні обчислення. Знаючи оптимальні значення двоїстих змінних u_i, $i \in N \setminus \overline{N}$, і застосовуючи наведені вище умови оптимальності, можна визначити оптимальне значення потоків x_{ij}, $(i,j)\in V$, для всіх ділянок мережі.

Модель (1)-(4), шляхом модифікації цільової функції та системи обмежень, породжує набір моделей для розв‘язання ряду важливих задач функціонування мережевих систем.

A. Розподіл потоків з усталеними поставками продукту

Нехай $\overline{N} = \varnothing$. Це означає, що відомі замовлення споживачів та фіксована продуктивність джерел постачання продукту. У цьому випадку модель (1)-(4) дозволяє розрахувати усталений режим розподілу потоків з мінімальними затратами на доставку продукту.

B. Розподіл потоків з оптимальним перерозподілом постачальників продукту

Це модель (1)-(4), для $\overline{N} \ne \varnothing$. У вузлах графа задаються функції споживання (замовлення споживачів та план постачання продукту), причому подача продукту з різних джерел може бути або константами (детерміновані джерела) або змінними (недетерміновані джерела). Потрібно визначити такий план розподілу потоків вздовж мережі, що за рахунок можливого перерозподілу навантаження недетермінованих джерел задовольнить споживачів з найменшими загальними витратами на перевезення.

C. Розподіл потоків із врахуванням пріоритету джерел постачання продукту

Припустимо, що потрібно прагнути до певного рівня продуктивності газових промислів в процесі задоволення споживачів, який встановлено на рівні $\overline{d}_i$ для кожного з вузлів $i \in \overline{N}$. Врахування цих вимог можна здійснити введенням штрафу за великі ухилення від бажаних значень в цільову функцію у вигляді квадратичного доданку $\frac{1}{2}\sum_{i\in\overline{N}} \left(d_i - \overline{d}_i\right)^2$. Крім того, необхідно врахувати існування певних технологічних обмежень на продуктивність джерел $d_i^- \le d_i \le d_i^+$, $i \in \overline{N}$.

D. Оптимізація функціонування мережі в процесі наповнення і випорожнення сховищ газу

Підземні сховища газу виконують такі основні функції [7]: регулюють сезонні нерівномірності газопостачання; створюють резервні запаси газу; підвищують надійність роботи газотранспортних систем і газопостачання; гарантують рівномірність експортних поставок і транзит газу.

Нехай в вершинах $i \in \overline{N}$ мережі G розташовані сховища, причему y_i - питома кількість продукту, який заповнює i-е сховище, s_i^- и s_i^+ - мінімальний та максимальний об‘єми заповнення i-го сховища, $h_i(y_i)$ - експлуатаційні витрати цього сховища. Експлуатаційні витрати комплексу сховищ представляются в вигляді функції

$$H = \sum_{i\in N_0} \int_0^{y_i} h_i(\tau)d\tau ,$$

а загальні витрати на транспортування продукції з урахуванням його відбору (закачування) в сховища можна представити у вигляді суми функцій F і H.

Модель оптимізації функціонування мережі при мінімізації експлуатаційних витрат в процесі заповнення або спорожнення сховищ може бути виписана таким чином.

$$min(F + H)$$

$$\sum_{j:(i,j)\in V} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in V} x_{ji} = d_i, i \in N \setminus \overline{N} ,$$

$$\sum_{j:(i,j)\in V} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in V} x_{ji} = y_i, i \in \overline{N}$$

$$r_{ij}^- \le x_{ij} \le r_{ij}^+, (i,j)\in V \;,\; s_i^- \le y_i \le s_i^+ \;,\; i \in \overline{N} .$$

Сумарний попит споживачів повинен знаходитися в балансі з подачею продукту в мережу, зокрема, з сумарною продуктивністю сховищ.

$$\sum_{i \in N \setminus \overline{N}} d_i + \sum_{i \in \overline{N}} y_i = 0$$

E. Збільшення інтенсивності роботи газодобувних підприємств

Актуальним в сфері розвитку газової промисловості залишається питання збільшення продуктивності газодобувних підприємств з метою зменшення витрат і збільшення віддачі від вкладених в цю галузь коштів [8].

Критеріями оптимізації функціонування газодобувного підприємства можуть бути: досягнення максимального прибутку підприємства при видобутку природного газу, забезпечення мінімальних експлуатаційних витрат в процесі відбору газу з родовища, збереження при відборі газу максимального потенціалу продуктивності підприємства.

Якщо припустити, що підприємство функціонує в умовах повної визначеності щодо промислових запасів, то в залежності від чотирьох перерахованих вище передумов можна побудувати чотири відповідні математичні моделі [9].

Розглянуті вище моделі дозволяють розв'язувати комплекс взаємопов'язаних задач оптимізації експлуатації газотранспортної системи. Розв'язавши задачі визначення оптимальних темпів видобутку для газових родовищ та заповнення сховищ і підставивши отримані значення в модель (1)-(4) можна розрахувати оптимальні транспортні потоки газу з урахуванням введення нових родовищ, використання підземного зберігання та у разі аварійних ситуацій.

III. Розв'язання мережевих задач із застосуванням методів нелінійного програмування та апроксимаційних схем

Заміна складної вихідної задачі послідовністю більш простих задач або задач, які легко можуть бути розв'язані із застосуванням спеціальних прийомів, є найбільш ефективним в обчислювальному відношенні підходом у теорії та методах оптимізації. Найвідомішими у нелінійному програмуванні є різноманітні методи, що застосовують лінеаризацію або квадратичну апроксимацію нелінійних функцій.

При застосуванні апроксимаційних методів відбувається заміна нелінійної оптимізаційної задачі послідовністю квадратичних задач, цільові функції яких є квадратичною апроксимацією цільової функції, або її лінійною апроксимацією з додаванням квадратичного штрафу за великі відхилення аргументу.

Перепишемо модель (1)-(3) у матричному вигляді. Нехай граф $G=(N,V)$ містить n вершин (множина N) та m дуг (множина V). Для кожної вершини i відоме споживання d_i, а кожній дузі графа v приписаний потік x_v, обмежений знизу та зверху величинами r_v^- і r_v^+, та функція вартості протікання потоку $F_v(x_v)$ вздовж дуги.

Задача знаходження розподілу потоків мінімальної вартості може бути сформульована таким чином

$$F(x) \equiv \sum_{v=1}^{m} F_v x_v \to min$$

$$Ax = d,$$

$$^{-}r \le x \le r^{+},$$

де $x=(x_1,x_2,...,x_m)^T$ — вектор невідомих дугових потоків, $d=(d_1,d_2,...,d_n)^T$ — вектор об'ємів споживання у вузлах, $A(n \times m)$ — матриця інциденцій вузли-дуги. Кожен стовпець v цієї матриці відповідає дузі $v=(i,j)$, $i,j \in N$ та містить тільки два ненульових елементи: +1 у рядку i та –1 у рядку j.

Надалі вважатимемо, що функція $F(\cdot)$ є опуклою двічі неперервно диференційовною і $\left\langle v, F_v''(x_v)v \right\rangle > 0$ для всіх $v \in V, v \ne 0$. За умови існування розв'язку, остання умова гарантує його єдиність [6].

Загальна схема аппроксимуючих методів умовної оптимізації може бути представлена у вигляді ітераційного процесу

$$x^{k+1} = x^k + \alpha_k p^k,\ 0 < \alpha_k \le 1 \tag{5}$$

де $\alpha_k > 0$, а $p^k = p(x^k)$, $p^k \in R^m$, - розв'язок допоміжної апроксимуючої задачі з лінійними обмеженнями:

$$F(x^k) + \left\langle F'(x^k), p \right\rangle + \frac{1}{2}\left\langle D_k p, p \right\rangle \to min$$

$$f_i(x^k) + \left\langle f_i'(x^k), p \right\rangle,\quad i = 1, ..., n,$$

де $f_i(\cdot)$ - функції обмежень вихідної задачі.

Для визначення крокового множника α_k у всіх апроксимаційних методах використовується релаксація вздовж вектора спуску p_k недиференційованої штрафної функції

$$\overline{F}(x,\Lambda) \equiv F(x) + \Lambda H(x),\quad \Lambda > 0,$$

де $H(x) = max\{0, f_1(x), \ldots, f_n(x)\}$.

В задачі розподілу потоків всі функції обмежень є лінійними функціями. Якщо x^0 — початкове наближення до розв'язку нелінійної задачі (1)-(3), то для реалізації ітераційного процесу (5) у кожній точці x^k знаходимо напрям зсуву $p^k = p(x^k) \in R^m$ як розв'язок при фіксованому $x = x^k \in R^m$ допоміжної квадратичної задачі:

$$\frac{1}{2}\langle p, Dp\rangle + \langle c, p\rangle \to min \tag{6}$$

$$Ap = \widetilde{d}\ , \tag{7}$$

$$\widetilde{r}^- \le p \le \widetilde{r}^+ . \tag{8}$$

Тут $c = F'(x)$ - градієнт функції $F(x)$, D - матриця її других похідних у методах послідовного квадратичного програмування або одинична матриця у випадку застосування методу лінеаризації Б.М.Пшеничного [10], $\widetilde{d} = d - Ax$, $\widetilde{r}^- = r^- - x$, $\widetilde{r}^+ = r^+ - x$.

Припускаємо, що розв'язок допоміжних задач (6)–(8) існує для всіх точок процесу (5).

Критерієм завершення процесу (5) є виконання умови $p(x^k) = 0$.

Якщо обрати $D = F''(x)$ і таку формулу для обчислення крокового множника α_k

$$F(x^k + \alpha p^k) \le F(x^k) - \varepsilon\alpha\left\langle p^k, F''(x^k)p^k\right\rangle,\ 0 < \varepsilon < 1\ , \tag{9}$$

то виконується така теорема

Теорема [10]. Нехай цільова функція задачі (1)-(3) $F(x)$ є опуклою двічі неперервно-диференційовною і

$$\langle p, F''(x)p\rangle \ge \omega\|p\|^2,\ \ \omega > 0\ .$$

Тоді ітераційний процес алгоритму опуклого програмування (5), в якому допоміжною є задача (6)–(8), а для знаходження кроку використовується формула (9), збігається швидше довільної геометричної прогресії з довільного початкового наближення, що задовольняє обмеженням задачі.

Для розв'язання задачі (6)–(8) застосовувався метод двоїстого активного набору, який знаходить розв'язок задачі за скінчене число кроків [10]. Загальна ідея метода полягає у впорядкованому переборі граней допустимої множини та мінімізація квадратичної функції на цих гранях.

Як розрахунковий приклад апроксимуючого методу використовувався метод лінеаризації Б.М. Пшеничного, що є методом першого порядку. Ефективність цього методу була підвищена із застосуванням деяких спеціальних прийомів.

Для деяких класів задач доцільно використовувати апроксимуючі методи більш високого порядку, беручи у якості апроксимуючої матриці матрицю других похідних, або деякі наближення до цієї матриці, або функцію Лагранжа, як це робиться у методах послідовного квадратичного програмування.

Розрахунки газових мереж здійснювалися із застосуванням пакету Solver, Frontline Systems Inc. та спеціально створеної програми по методу лінеаризації[11]. Вони продемонстрували ефективність запропонованого підходу до розв'язання мережевих задач.

IV. Висновки

Основними інструментами моделювання і практичних розрахунків на функціональному та техніко-економічному рівнях є методи математичного програмування і мережеві потокові моделі, реалізовані в сучасних системах управління.

Розглянуті моделі (модель розподілу потоків з усталеними поставками продукту, модель розподілу потоків з оптимальним перерозподілом постачальників продукту, модель розподілу потоків із врахуванням пріоритету джерел постачання продукту, модель оптимізації функціонування мережі в процесі наповнення і випорожнення сховищ газу) призначені для розв'язання комплексу взаємопов'язаних задач оптимізації експлуатації газотранспортної системи. Вони дозволяють провести попередню оцінку ефективності системи при проектуванні мереж, розрахувати попередній план подачі газу в мережу при сезонній зміні потреб користувачів, гарантувати задоволення споживачів при аварійних відмовах деяких вузлів.

Література References

[1] М.З.Згуровский, Н.Д.Панкратова, Системный анализ. Проблемы, методология, приложения. 2-е изд. - К. : Наук. думка, 2011, 727 с.

[2] М.Н.Кулик, Методы системного анализа в энергетических исследованиях - К. : Наук. думка, 1987, 198 с.

[3] І.Ч.Лещенко, "Перспективи газотранспортної системи України в контексті змін у світовому газовому секторі", *Проблеми загальної енергетики*, 2011, вип. 2 (25) . - С. 17-24

[4] М.Х.Прилуцкий, В.Е.Костюков, "Оптимизационные задачи планирования транспортировки газа", *Информационные технологии и вычислительные системы* 2007, №2 .- С.67-73

[5] М.Притула, "Оптимізаційні задачі модернізації газотранспортної системи". *Вісник Національного Університету "Львівська політехніка". Серія: комп'ютерні науки та інформаційні технологі*, 2016 , № 843.- С..308-316

[6] Б.Н.Пшеничный, Выпуклый анализ и экстремальные задачи. – М.: Наука, 1980. - 320с.

[7] Б.П.Савків, "Задачі оптимізації функціонування комплексів підземного зберігання газу в Україні", *Нафтова і газова промисловість,* 1997, № 6. – С. 36 – 39.

[8] І.М. Карп, Д.О. Єгер, Ю.О. Зарубін, Л.М. Уніговський та ін., Стан і перспективи розвитку нафтогазового комплексу України. – Київ:. Наукова думка, 2006. – 310 с.

[9] Е.Е.Кирик, А.П. Яковлева, "Комплексные оптимизационные модели и задачи добычи, распределения и хранения газа", *Кибернетика и системный анализ,* Киев, 2014, N 3. – С. 137-144.

[10] Б.Н. Пшеничный, Метод линеаризации. – М.: Наука, 1983. - 136 с.

[11] В.М.Александрова, О.Є Кірік. "Оптимізаційні моделі й алгоритми для мережевих задач розподілу ресурсів", *Наукові вісті НТУУ "КПІ"*. - Київ, 2014, N 4. .С – 39-45.